SEMESTRAL

UNI





TRIGONOMETRÍA

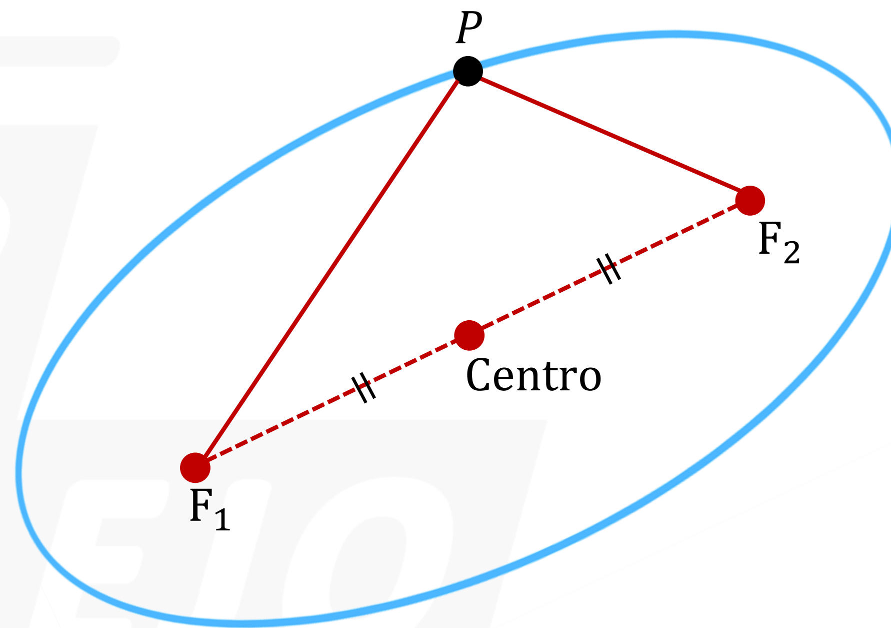
Tema: Cónicas II

academiacesarvallejo.edu.pe

LA ELIPSE

DEFINICIÓN

Una elipse es el conjunto de todos los puntos P del plano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos F_1 y F_2 llamados focos, es constante. El punto medio del segmento de recta que une a los puntos F_1 y F_2 se llama centro de la elipse.

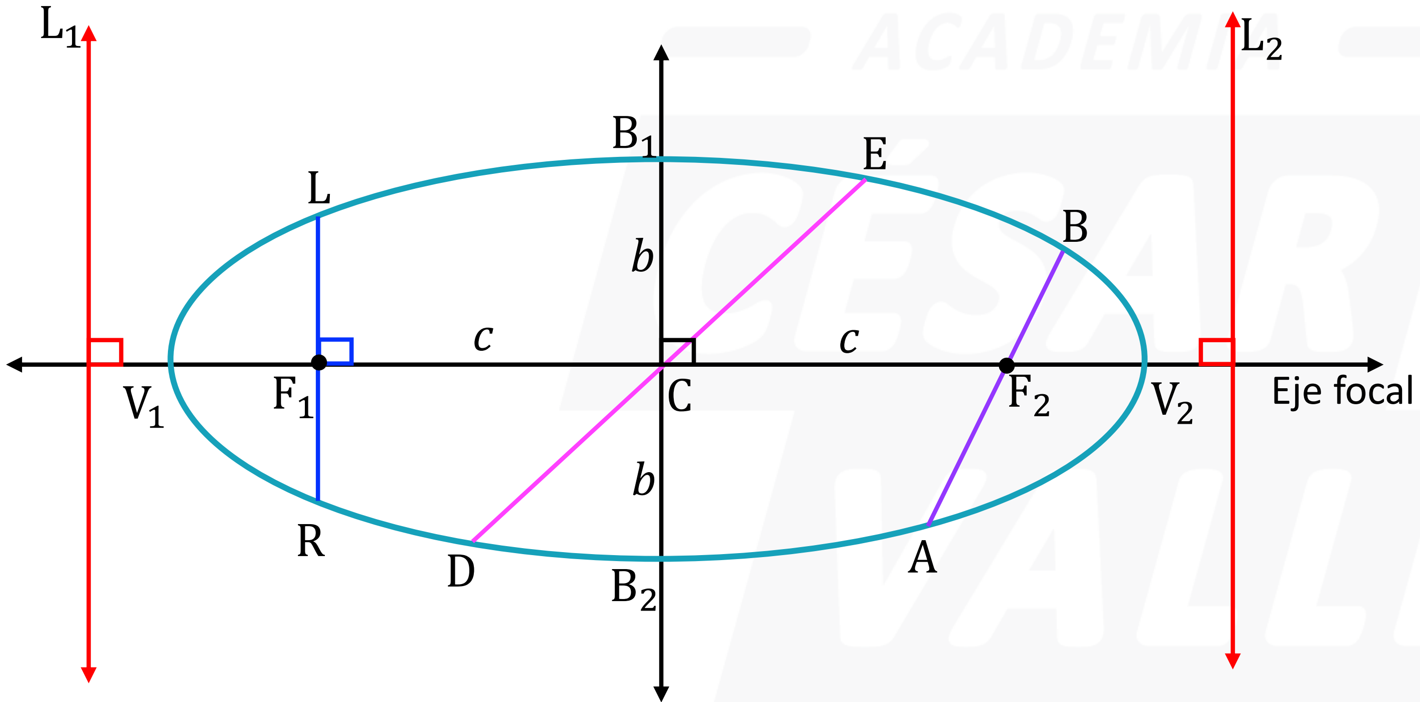


Se cumple que

$$d(P;F_1) + d(P;F_2) = 2a$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ELEMENTOS DE LA ELIPSE



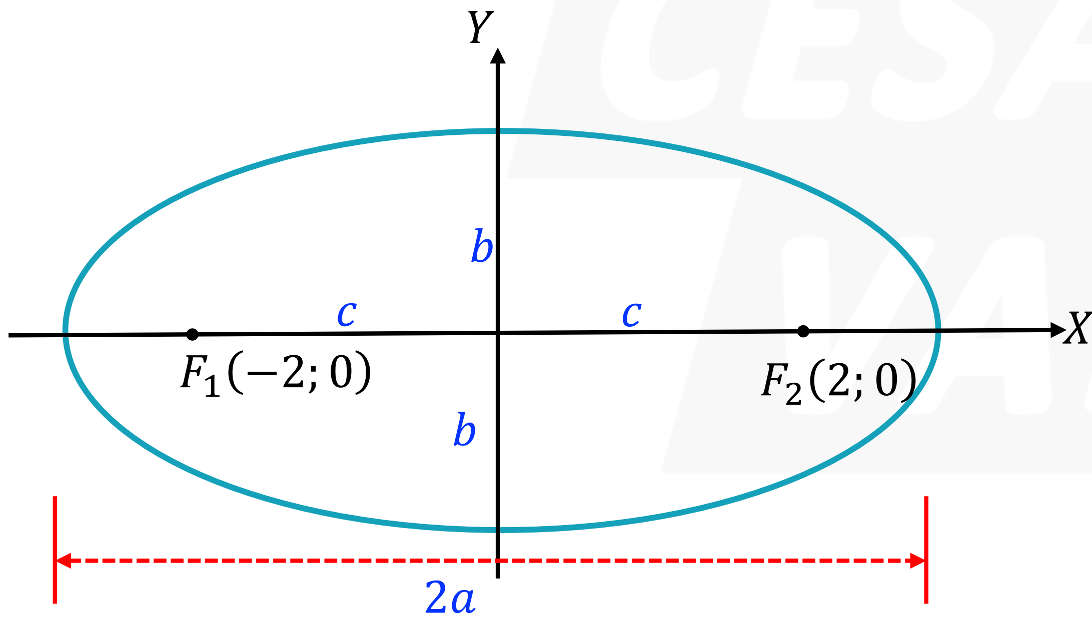
- Vértices: V_1 y V_2
- Eje mayor: $\overline{V_1V_2}$; $d(V_1; V_2) = 2a$
- Eje menor: $\overline{B_1B_2}$; $d(B_1; B_2) = 2b$
- Focos: F_1 y F_2
- Distancia focal: $\overline{F_1F_2}$; $d(F_1; F_2) = 2c$
- Centro: C
- Excentricidad: $e = \dfrac{c}{a}$
- Rectas directrices: L_1 y L_2; $d(L_1; L_2) = \dfrac{2a}{e}$
- Cuerda focal: $\overline{AB}$
- Diámetro: $\overline{DE}$
- Radio focal: $\overline{F_2A}$; $\overline{F_2B}$
- Lado recto: $\overline{LR}$; $LR = \dfrac{2b^2}{a}$
- $a^2 = b^2 + c^2$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

APLICACIÓN1

Halle la ecuación de la elipse de focos $(-2;0)$ y $(2;0)$ y excentricidad igual a $\frac{2}{3}$.

RESOLUCIÓN



La ecuación de la elipse es de la forma:

$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{... (I)}$$

Del gráfico $\quad c = 2$

Por dato $\quad e = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

$$\frac{2}{a} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad a = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad 9 = b^2 + 4 \quad \rightarrow \quad b^2 = 5$$

Reemplazando en (I), tenemos

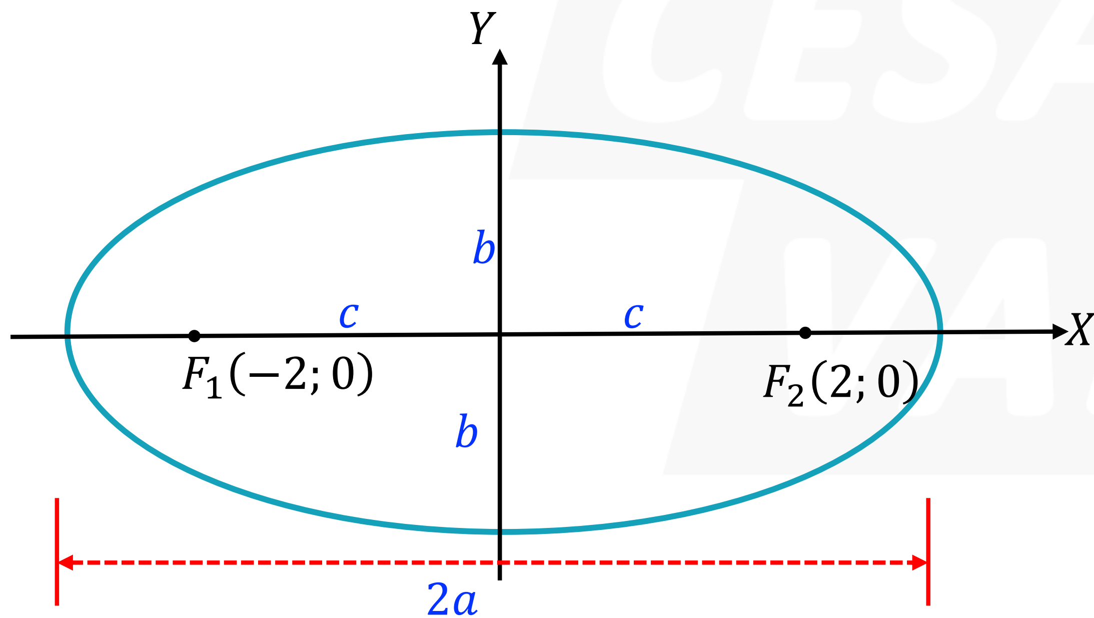
$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

APLICACIÓN2

Halle la ecuación de la elipse de focos $(-2;0)$ y $(2;0)$ y excentricidad igual a $\frac{2}{3}$.

RESOLUCIÓN



La ecuación de la elipse es de la forma:

$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{... (I)}$$

Del gráfico $\quad c = 2$

Por dato $\quad e = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

$$\frac{2}{a} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad a = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad 9 = b^2 + 4 \quad \rightarrow \quad b^2 = 5$$

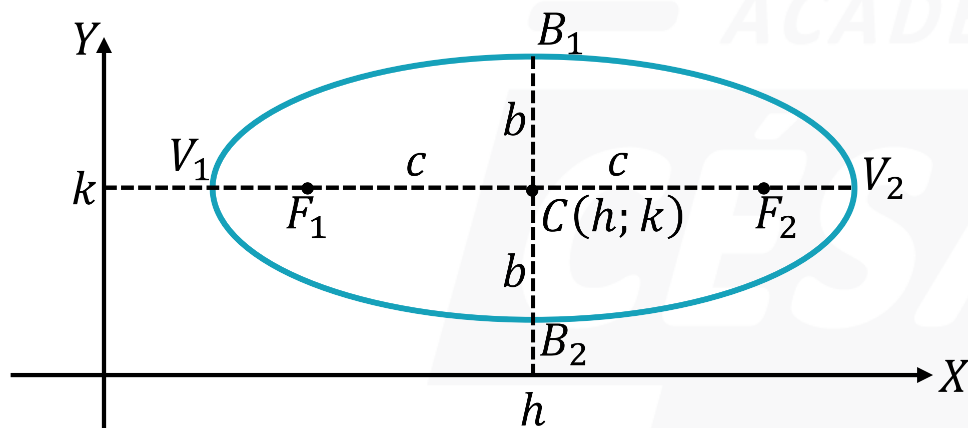
Reemplazando en (I), tenemos

$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

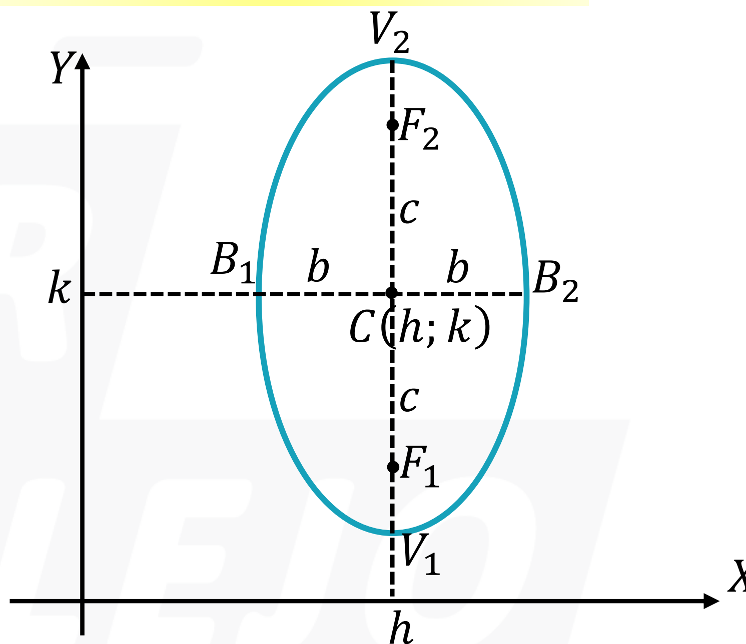
ECUACIÓN DE LA ELIPSE DE CENTRO EN EL PUNTO C(*h;k*)

EJE FOCAL PARALELO AL EJE X



$$\mathcal{E}: \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

EJE FOCAL PARALELO AL EJE Y



$$\mathcal{E}: \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

APLICACIÓN3

Dada la ecuación de la elipse
$\mathcal{E}: 3x^2 + 18x + 4y^2 - 16y + 31 = 0$; halle el lado recto y la gráfica de dicha elipse.

RESOLUCIÓN

Dato

$$\mathcal{E}: 3x^2 + 18x + 4y^2 - 16y + 31 = 0$$

Completamos cuadrados

$$3(x^2 + 6x) + 4(y^2 - 4y) + 31 = 0$$

$$3(x^2 + 6x + 9) + 4(y^2 - 4y + 4) + 31 = 0 + 27 + 16$$

$$3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 12$$

Luego

$$\mathcal{E}: \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$$

Centro: $C = (-3; 2)$

$a^2 = 4 \rightarrow a = 2$

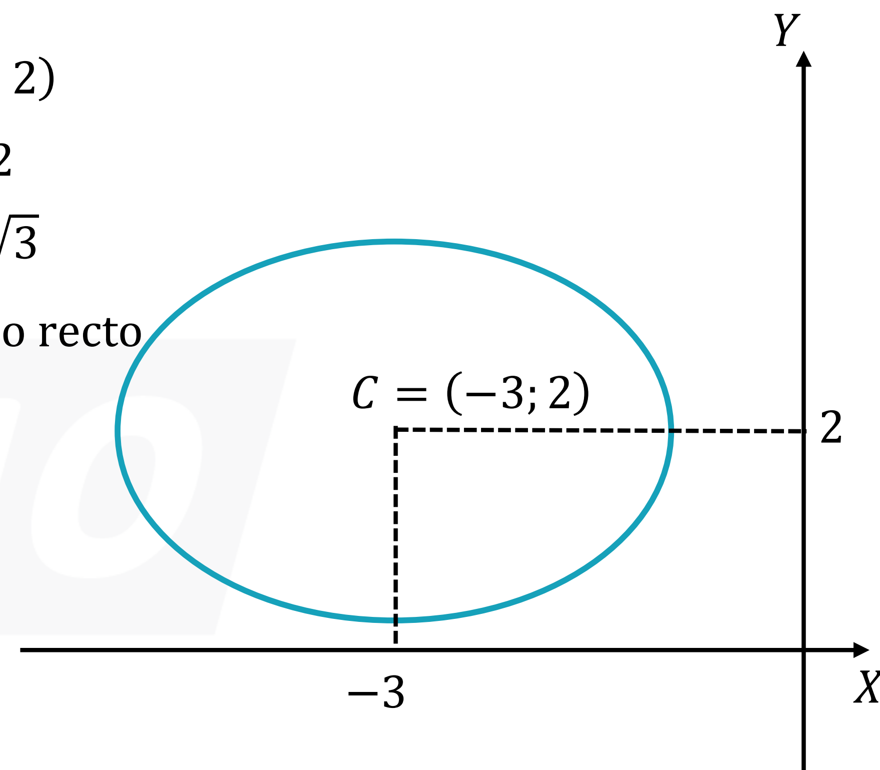
$b^2 = 3 \rightarrow b = \sqrt{3}$

Calculamos el lado recto

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$$LR = \frac{2.3}{2}$$

$\rightarrow LR = 3$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

EJERCICIO UNI 2016 – II

Determine las coordenadas del foco de coordenadas positivas de la elipse

$4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 8$

$A)\ (1; -2 - 2\sqrt{3})$

$B)\ (1; -2 + 2\sqrt{3})$

$C)\ (1; 2 + 2\sqrt{3})$

$D)\ (1; 4 - 2\sqrt{3})$

$E)\ (1; 4 + 2\sqrt{3})$

RESOLUCIÓN

Dato $4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 8$

Completamos cuadrados

$4(x^2 - 2x) + (y^2 + 4y) = 8$

$4(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) = 8 + 4 + 4$

$4(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$

$\rightarrow \quad \mathcal{E}: \dfrac{(x-1)^2}{4} + \dfrac{(y+2)^2}{16} = 1$

Centro: $C = (1; -2) = (h; k)$

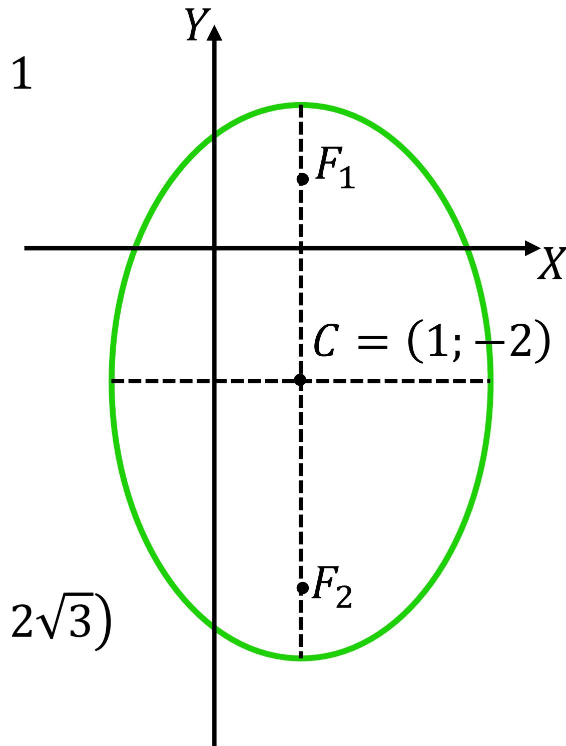
$a^2 = 16; \quad b^2 = 4$

$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad c = 2\sqrt{3}$

$F_1(h; k + c) \quad y \quad F_2(h; k - c)$

son los focos.

$F_1(1; -2 + 2\sqrt{3}) \quad y \quad F_2(1; -2 - 2\sqrt{3})$



$\therefore\ F_1\ (1; -2 + 2\sqrt{3})$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe